



ANALISI TEORICO-SPERIMENTALE DEL COMPORTAMENTO FLESSIONALE DI COLONNE IN CALCESTRUZZO FIBRORINFORZATO

Giuseppe Campione, Marinella Fossetti e Maurizio Papia

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Aerospaziale e Geotecnica (DISAG)

Università di Palermo

Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy

e-mail: maurizio.papia@unipa.it

(Ricevuto 3 giugno 2009, Accettato 24 giugno 2009.)

Key words: R.C. columns; concentric and eccentric compression; experimental analysis, numerical modelling, steel fibers.

Parole chiave: calcestruzzo fibrorinforzato, compressione centrata ed eccentrica; sperimentazione, modellazione, fibre di acciaio.

Abstract. *An experimental investigation on the behaviour of sixteen short, confined, reinforced concrete columns with and without steel fibers has been carried out. The specimens were tested to failure at different strain rates under two loading schemes: uniform compression and eccentric compression with a constant eccentricity. The experimental results show that the presence of steel fibers delays the spalling load and increases the ultimate strength and the ductility; the thickness of the cover influences the peak load; the eccentricity of the applied axial load implies substantial variation in the peak load as well as in the ultimate strength and failure mode. The paper also shows that a numerical model, based on a suitable choice of constitutive laws for concrete and reinforcing steel bars, makes it possible to reproduce with good approximation level the experimental results that were obtained.*

Sommario. *Si analizza la risposta di sedici campioni di colonne in calcestruzzo armato, rilevata sperimentalmente da prove di compressione centrata ed eccentrica. I risultati consentono di evidenziare gli effetti che i seguenti parametri hanno sul comportamento globale dei pilastri di strutture intelaiate: presenza o meno di fibre di rinforzo nella matrice cementizia; spessore del copriferro in rapporto alle dimensioni del nucleo confinato e all'eccentricità del carico. Viene quindi mostrato che l'effetto benefico delle fibre di rinforzo si esercita sia in termini di duttilità del nucleo confinato sia attraverso la ritardata espulsione del copriferro e il conseguente effetto stabilizzante sull'armatura longitudinale. Dal punto di vista analitico-numerico viene infine evidenziato che la possibilità di riprodurre i risultati osservati attraverso un modello di calcolo è fortemente dipendente dai criteri di modellazione adottati nel simulare le leggi costitutive del calcestruzzo e delle barre di armatura.*



1. INTRODUZIONE

L'interesse per l'impiego del calcestruzzo fibroso nella realizzazione di elementi strutturali si è rivelato crescente nell'ultimo ventennio, sia da parte della comunità scientifica che di produttori e utilizzatori di materiali innovativi, specialmente nel campo della prefabbricazione leggera e pesante.

Significative applicazioni, che in passato avevano riguardato l'impiego di calcestruzzi fibrosi nella ingegneria delle infrastrutture (rivestimenti in galleria) o nell'edilizia industriale (pavimentazioni), oggi riguardano anche la realizzazione di elementi prettamente strutturali.

Diversi studi teorici e sperimentali hanno mostrato l'efficacia del calcestruzzo fibroso per la realizzazione di elementi strutturali monodimensionali (travi¹, pilastri²), delle regioni diffusive (nodi³, mensole tozze⁴) e degli elementi bidimensionali (lastre⁵, piastre⁶), dove l'uso di fibre con adeguata geometria e dosaggio consente di contenere o, in taluni casi, di sostituire l'armatura trasversale (staffe) e quella secondaria (reti, ripartizioni, ecc). Parallelamente allo sviluppo della ricerca teorica e sperimentale, diversi paesi d'oltreoceano tra cui U.S.A., Giappone, Canada, ma anche alcuni paesi della comunità Europea, come Francia, Germania e Italia, hanno elaborato documenti, attualmente di carattere prenormativo^{7,8}, che possano regolamentare l'impiego del calcestruzzo fibroso nelle applicazioni strutturali.

Si deve comunque osservare che, mentre per alcuni casi, come per le travi e gli elementi bidimensionali, anche in virtù dell'elevato numero di dati sperimentali di supporto, si hanno chiare ed univoche indicazioni progettuali, per altri, come ad esempio per le zone diffusive o per le colonne, sussiste un significativo livello di incertezza sulle soluzioni più idonee da adottare, sia per la maggiore complessità dei fenomeni coinvolti sia per la difficoltà di definire il ruolo che essi esercitano nella risposta strutturale; la circostanza è essenzialmente dovuta alla disponibilità di un minore numero di ricerche sperimentali su tali elementi, soprattutto a livello Europeo.

Il presente lavoro si inquadra nell'ambito dello studio del comportamento teorico-sperimentale di colonne in calcestruzzo armato ordinario e fibrorinforzato soggette a carichi monotoni e fornisce indicazioni sulle prestazioni connesse all'utilizzo del calcestruzzo fibrorinforzato come materiale per impieghi strutturali. L'obiettivo della ricerca effettuata è stato quello di valutare l'influenza delle fibre e dello spessore del copriferro sulla risposta meccanica di elementi compressi e pressoinflessi, con particolare riguardo alla resistenza, alla duttilità, alle modalità di espulsione del copriferro ed ai meccanismi di rottura al variare della condizione di carico. Dal punto di vista teorico si è messo a punto un modello di calcolo che, in funzione delle caratteristiche meccaniche e geometriche dei campioni utilizzati, da un canto ha riprodotto con buona precisione il ruolo decisivo che tali parametri esercitano, dall'altro, per le evidenti differenze di comportamento rilevato al variare dei parametri stessi, ha richiesto una particolare cura nella modellazione dei legami tensione-deformazione di ciascuno dei componenti strutturali, in modo da rappresentare con accettabile approssimazione i fenomeni osservati sperimentalmente.



doppio T ha consentito l'applicazione del carico di compressione anche con grande eccentricità. A tal riguardo si precisa che il punto di applicazione della forza è stato scelto in modo tale che l'eccentricità, indicata con la lettera "e" in Figura 1, sia pari 0.5 volte la dimensione trasversale esterna della sezione della zona centrale del campione.

Sono state confezionate quattro tipologie di colonne (Tabella 1) in funzione della percentuale di fibre presenti nel calcestruzzo ($V_f = 0$ e $V_f = 1\%$) e del diverso spessore del copriferro ($\delta = 10$ mm e $\delta = 25$ mm). Per ogni tipologia sono stati confezionati due elementi con caratteristiche nominalmente identiche. Le colonne sono state sottoposte a compressione centrata (campioni indicati con la sigla iniziale CC) ed eccentrica (campioni indicati con la sigla iniziale EC), rilevando gli effetti dello spessore del copriferro e della presenza delle fibre. In particolare, sono state osservate le variazioni di resistenza, di duttilità e di modalità di espulsione del copriferro, oltre che dei meccanismi di rottura.

Al fine di rendere attuabile la comparazione dei risultati sperimentali, le colonne sono state confezionate mantenendo immutati i seguenti parametri: dimensione del nucleo confinato, caratteristiche dei materiali (acciaio e calcestruzzo), dimensioni e geometria delle armature longitudinali e trasversali, passo delle staffe. Quest'ultimo è stato scelto in modo da ottenere tensioni di confinamento confrontabili con quelle riscontrate in indagini analoghe condotte da altri autori¹²⁻¹⁵.

Campione	Eccentricità (e/a)	Copriferro (mm)	Fibre (%)
CC-1	0.0	10	0
CC-2			
EC-1	0.5		
EC-2			
CC-3	0.0	25	
CC-4			
EC-3	0.5		
EC-4			
CC-5	0.0	10	1
CC-6			
EC-5	0.5		
EC-6			
CC-7	0.0	25	
CC-8			
EC-7	0.5		
EC-8			

Tabella 1: Denominazione e caratteristiche dei campioni.

3. CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEI MATERIALI

Il calcestruzzo ordinario utilizzato per il confezionamento delle colonne presenta la seguente composizione in kg/m^3 : 450 di cemento Portland 32.5, 225 di acqua, 1150 di inerte (dimensione massima 10 mm), 850 di sabbia, 6.75 di fluidificante del tipo Reobuild.



Il calcestruzzo fibroso prevede la medesima matrice del calcestruzzo ordinario, con l'aggiunta, in fase d'impasto, di fibre di acciaio uncinato del tipo Dramix (Figura 2a), caratterizzate da un diametro equivalente di 0.55 mm, da una lunghezza di 30 mm ed da una resistenza allo snervamento di 1100 MPa.

La percentuale di fibre utilizzata è pari all'1% del volume di conglomerato, corrispondente a circa 80 kg di fibre per m³ di calcestruzzo. Per la caratterizzazione meccanica del calcestruzzo ordinario e fibroso sono stati prelevati sedici provini cilindrici, due per ogni getto di calcestruzzo, (Figura 2b) che sono stati sottoposti, dopo 28 giorni di stagionatura, a prove di compressione monotoniche e cicliche e di trazione indiretta (split test).

In Tabella 2 sono riportati i valori medi della tensione massima f_{co} e della corrispondente deformazione ϵ_{co} , della deformazione $\epsilon_{0.85}$ corrispondente ad una tensione di $0.85 f_{co}$, e del modulo elastico E_{co} , dedotti dalle prove di compressione realizzate per carico crescente monotonicamente.

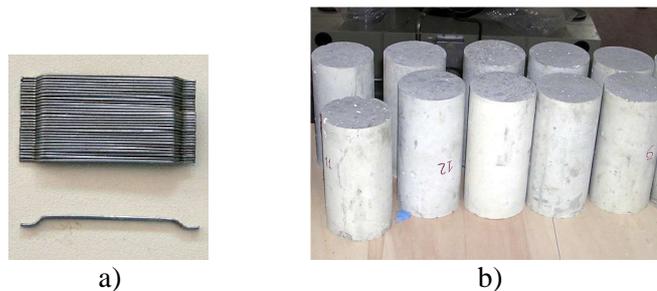


Figura 2: a) Placchette di fibre tipo Dramix; b) Provini cilindrici in calcestruzzo.

	f_{co} (MPa)	ϵ_{co}	$\epsilon_{0.85}$	E_{co} (MPa)
$V_f = 0$	29.00	0.0019	0.0025	27679
$V_f = 1\%$	32.19	0.0023	0.0055	29464

Tabella 2: Risultati delle prove di compressione monotonica per i provini di calcestruzzo.

Le prove sono state condotte fino alla rottura del provino, identificata dal raggiungimento di una resistenza residua trascurabile. Dai risultati dedotti dalle prove cicliche, eseguite per prefissate ampiezze di cicli e senza inversione del segno della sollecitazione di compressione, è stato possibile verificare che l'involuppo dei cicli segue l'andamento della curva tensione-deformazione ricavata per via monotonica. Le prove di trazione indiretta (split test) hanno fornito una tensione media di trazione f_{ct} pari a 2.76 MPa per il calcestruzzo ordinario ($V_f = 0$) e 3.52 MPa per il calcestruzzo fibroso ($V_f = 1\%$). Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio sono state valutate per mezzo di prove di trazione eseguite su barre di lunghezza pari a 500 mm e diametro $\varnothing = 6$ mm e $\varnothing = 12$ mm. Si riportano in Tabella 3 i valori medi rilevati sperimentalmente. Nella tabella si sono indicati con f_y ed ϵ_y la tensione e la deformazione allo snervamento, con f_{max} ed ϵ_y^* la tensione massima e la corrispondente deformazione, con f_u ed ϵ_u la tensione e la deformazione a rottura.



Il valore medio del modulo elastico risulta $E_s = 206.69$ GPa.

f_y (MPa)	ϵ_y	f_{max} (MPa)	ϵ_y^*	f_u (MPa)	ϵ_u
461.74	0.0031	546.67	0.1278	457.91	0.1383

Tabella 3: Media delle grandezze rilevate nelle prove di trazione su barre di acciaio.

4. PROVE DI CARICO SULLE COLONNE

Le colonne sono state confezionate all'interno di casseformi in lamierino di acciaio dello spessore di 3 mm, collocate in posizione orizzontale nella fase di getto. Durante il confezionamento il calcestruzzo è stato sottoposto a pestellatura mediante vibratore a frusta al fine di eliminare i vuoti interstiziali e l'acqua di bleeding. A disarmo avvenuto, le colonne sono state coperte con un telo costantemente umidificato, per evitare la rapida evaporazione dell'acqua d'impasto, e messe quindi a stagionare in ambiente ventilato per un periodo medio di 28 giorni.

4.1. Apparecchiatura di prova

La macchina utilizzata per le prove di carico sulle colonne è mostrata in Figura 3. Si tratta di una pressa Zwick/Roell & Toni Technik da 4000 kN a gestione servo-idraulica, operante a controllo di spostamento e gestita da una centralina elettronica (Tonitroll) interfacciata con l'utente tramite un PC dotato del software (Testxpert v7.11).

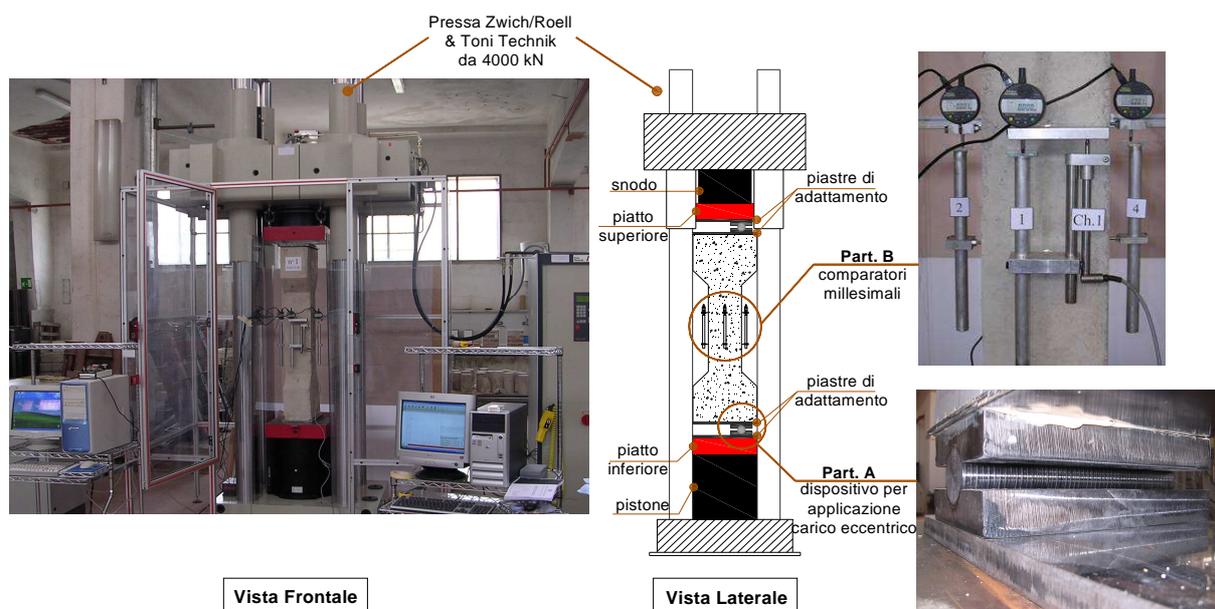


Figura 3: Apparecchiatura di prova.



La macchina è dotata di una traversa superiore che può muoversi lungo quattro colonne, disposte agli angoli della stessa, per mezzo di una pompa idraulica e la cui posizione è rilevata automaticamente dal software, in funzione della distanza tra i piatti della pressa. La traversa è inoltre dotata di uno snodo sferico che permette alla piastra superiore di adattarsi alle superfici del provino da testare.

Il carico verticale, nel caso di prova a compressione centrata, è stato applicato sul campione tramite due piastre di adattamento in acciaio dello spessore di 20 mm, ciascuna interposta tra il piatto della pressa e la faccia di estremità della colonna; ciò al fine di garantire la distribuzione uniforme del carico applicato.

Nel caso di compressione eccentrica, il carico verticale è stato trasmesso al campione tramite due cilindri in acciaio del diametro di 50 mm, ciascuno posizionato tra il piatto della pressa e la faccia di estremità del provino mediante due piastre di alloggiamento dello spessore di 30 mm, opportunamente sagomate (Figura 3). In questo modo è stato possibile, posizionando convenientemente i cilindri, assegnare l'eccentricità di carico desiderata.

I carichi verticali sono stati registrati direttamente dalla macchina, tramite un apposito trasduttore interno collegato alla cella di carico del pistone. Gli spostamenti sono stati rilevati mediante quattro comparatori digitali millesimali (Figura 3) posizionati nella mezzeria delle colonne in prova. La base di lettura, cui riportare i dati forniti dalla prova, è stata assunta pari alla larghezza della sezione trasversale della colonna stessa in modo da risultare sufficientemente piccola, per dedurre una legge locale rappresentativa della sezione trasversale, ma al tempo stesso sufficientemente grande da potere cogliere i fenomeni di rottura più rappresentativi.

Nel prosieguo, si descrivono le prove sperimentali condotte, riportando i risultati sia in termini di valori rilevati che di grafici, utilizzando le seguenti notazioni:

- “carico di picco”, ovvero carico raggiunto in corrispondenza della massima resistenza dell'elemento;
- “carico di espulsione del copriferro” (spalling), cioè carico in corrispondenza del quale si verifica la frattura all'interfaccia nucleo-copriferro;
- “carico ultimo” ovvero carico in corrispondenza del quale si registra la rottura della prima staffa o dell'armatura longitudinale¹⁵.

4.2. Prove di compressione centrata

In Figura 4 sono mostrate le curve carico-deformazione ($P-\varepsilon$) dedotte dalle indagini condotte. In esse, P è il valore di forza rilevato dalla cella di carico, mentre ε rappresenta la deformazione media dedotta dalla lettura dei comparatori posti sulle quattro facce del provino.

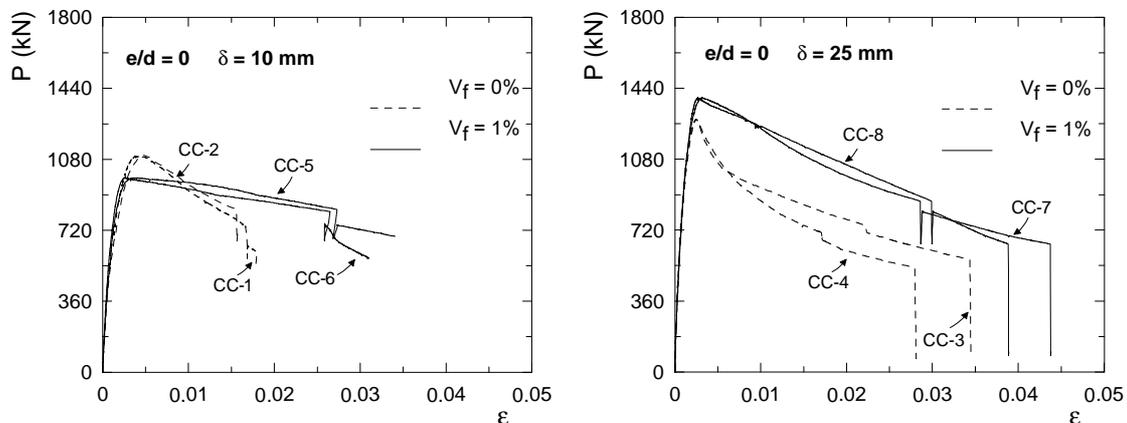


Figura 4: Curve carico-deformazione (P - ε) per le colonne soggette a prove di compressione centrata.

Tutte le curve sono contraddistinte da un tratto iniziale con pendenza pressoché costante (comportamento di tipo elastico-lineare) fino ad un valore del carico pari all'incirca al 28% ($\delta = 10$ mm e $V_f = 0$), al 35% ($\delta = 25$ mm e $V_f = 0$), al 37% ($\delta = 10$ mm e $V_f = 1$), e al 50% ($\delta = 25$ mm e $V_f = 1$) di quello massimo applicato; segue una graduale diminuzione della rigidità assiale con l'inizio di fessurazioni, fino al raggiungimento del carico massimo. Segue la fase di softening fino al raggiungimento del carico ultimo.

Le curve confermano^{4,11,13} che la presenza delle fibre, qualunque sia lo spessore del copriferro, comporta un notevole miglioramento della duttilità della colonna. Il carico di picco subisce invece una riduzione del 10% circa quando lo spessore del copriferro è piccolo ($\delta = 10$ mm), mentre un incremento dello stesso ordine si registra per $\delta = 25$ mm. Il fenomeno può essere spiegato considerando che nel primo caso l'effetto di confinamento della regione esterna al nucleo non riesce a compensare l'effetto di aumentata porosità del materiale dovuto all'elevato contenuto di fibre, mentre nel secondo caso il bilancio è a favore della resistenza compressiva.

Le prime lesioni interessano le ali delle colonne, con fessure che si propagano a partire dagli spigoli, con inclinazione a 45° , arrestandosi in corrispondenza delle barre longitudinali. Tali lesioni coinvolgono le mensole di estremità, rimanendo confinate in queste zone anche per ulteriori incrementi di carico.

I principali fenomeni che caratterizzano l'evoluzione del quadro fessurativo sono descritti in Tabella 4 e mostrati in Figura 5. Nella tabella sono riportati anche i valori di carico in corrispondenza dei quali si sono manifestate le lesioni.

In prossimità del carico di picco si è riscontrata la formazione di lesioni diagonali (per trazione indotta dal carico di compressione) nella zona centrale della colonna.

L'espulsione del copriferro su tutti e quattro gli spigoli del campione, si è verificata per tale condizione di carico per i campioni in calcestruzzo ordinario, nel ramo di softening per le colonne in calcestruzzo fibroso.

Fenomeni rilevati	Carico (kN)	
	$V_f = 0$	$V_f = 1\%$



	$\delta = 10 \text{ mm}$	$\delta = 25 \text{ mm}$	$\delta = 10 \text{ mm}$	$\delta = 25 \text{ mm}$
	CC-1,CC-2	CC-3,CC-4	CC-5,CC-6	CC-7,CC-8
prime lesioni	560-930	513-1272	670-983	494-1370
fessurazione diagonale	1097	1286	992	1398
espulsione copriferro	1097	1286	847*	1340*
attivazione meccanismo di collasso	787*	726*	822*	872*

* valori di carico sul ramo di softening

Tabella 4: Principali dissesti e corrispondenti valori di carico (compressione centrata).

La perdita del contributo di resistenza dovuta all'espulsione del copriferro ha comportato una maggiore deformabilità della colonna e la conseguente instabilità dell'armatura longitudinale. Si è pertanto assistito all'attivazione del meccanismo di collasso dell'intero sistema: in una prima fase si completa la formazione del piano di frattura inclinato e compreso tra due staffe successive (primo tratto verticale della curva $P-\varepsilon$ in Figura 4); segue la rottura di una staffa in prossimità di uno spigolo del nucleo confinato.

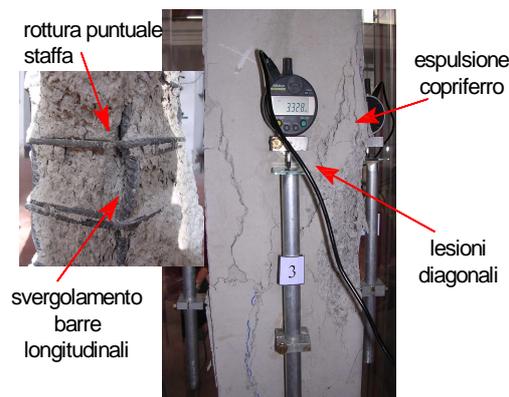


Figura 5: Quadro fessurativo di una colonna con $\delta = 25 \text{ mm}$, $V_f = 0$, soggetta a compressione centrata.

4.3. Prove di compressione eccentrica

Le curve in Figura 6 mostrano la variazione del carico P in funzione delle deformazioni della colonna dedotte dalla lettura dei comparatori posti sulla faccia anteriore (zona compressa) e sulla faccia posteriore (zona tesa) per tutti i campioni provati. In ciascun diagramma, le due curve, di trazione e di compressione, risultano simili nella prima fase di carico.

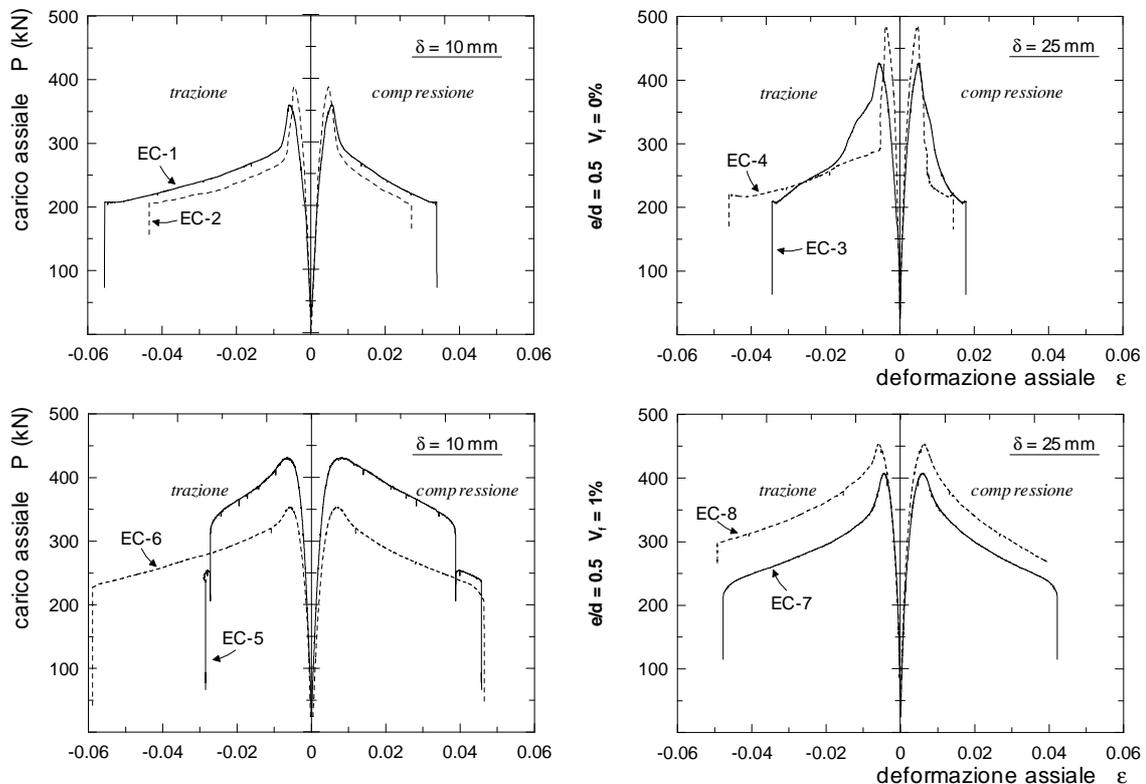


Figura 6: Curve carico-deformazione (P - ϵ) per le colonne soggette a prove di compressione eccentrica.

Esse sono contraddistinte da un breve tratto iniziale con pendenza costante (comportamento elastico-lineare) fino ad un valore del carico pari all'incirca al 11% ($\delta=10$ mm, $V_f=0$), al 17% ($\delta=25$ mm, $V_f=0$), al 23% ($\delta=10$ mm, $V_f=1\%$) e al 26% ($\delta=25$ mm, $V_f=1\%$) di quello massimo applicato. I tratti successivi rivelano un andamento non lineare della risposta, fino al carico massimo. Anche in questo caso i rami post-picco di ciascuna delle due curve di ogni diagramma appaiono significativi.

In base alle misure effettuate, si è ritenuto opportuno dedurre anche i diagrammi momento curvatura (M - ϕ) a eccentricità costante, di rilievo per la caratterizzazione del comportamento flessionale dei pilastri. Pertanto, per ogni valore dello spostamento impresso è stato calcolato il momento applicato come prodotto $M=P \cdot e$, essendo P il valore di forza rilevato dalla cella di carico ed e l'eccentricità prefissata. Quindi, indicando con ϵ_t ed ϵ_c il valore delle deformazioni calcolate in corrispondenza della faccia tesa e compressa del campione in prova, e con H la distanza tra gli assi dei comparatori (Figura 7), la curvatura ϕ è ottenuta dalla relazione $\phi = (\epsilon_c - \epsilon_t)/H$.

Per ogni coppia di campioni che presentano caratteristiche nominalmente identiche sono stati dedotti i diagrammi M - ϕ medi riportati in Figura 8.

Nel commento delle curve, una prima osservazione riguarda il maggiore scarto tra le curve a tratto intero (calcestruzzo fibroso) rispetto a quelle in tratteggio. La circostanza, riscontrabile anche in altre indagini sperimentali, è sostanzialmente dovuta al fatto che l'elevata percentuale di fibre adottata talvolta causa una non uniforme compattazione del



getto. Ciò, inevitabilmente, determina zone di minore resistenza i cui effetti sono più evidenti nel caso di tensione non uniforme, quando cioè zone più deboli, anche localizzate, influenzano significativamente la risposta strutturale complessiva.

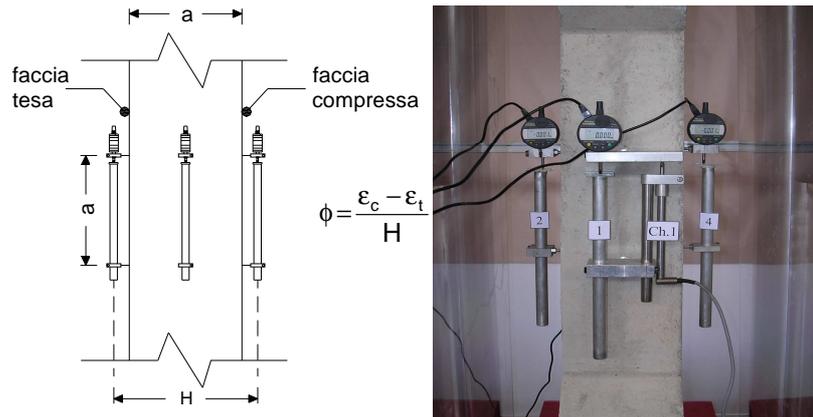


Figura 7: Schema per il calcolo della curvatura.

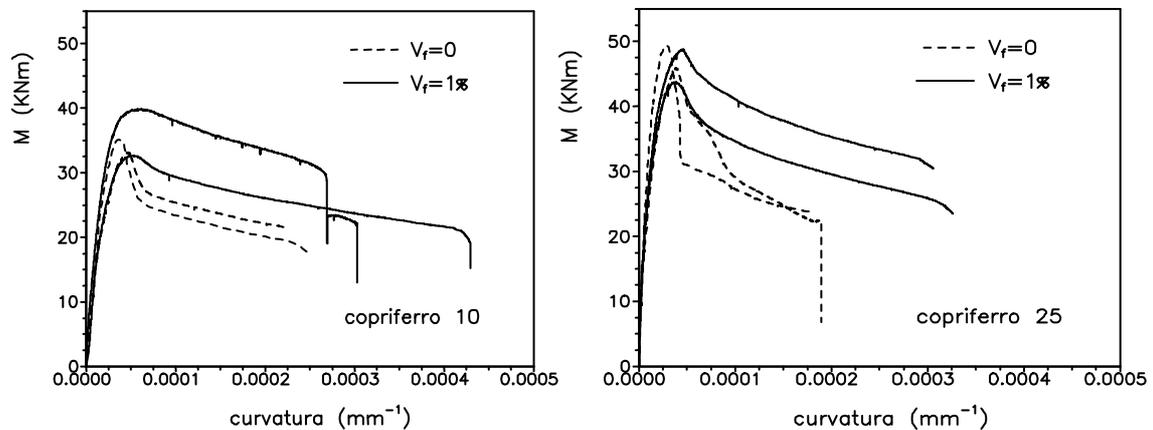


Figura 8: Curve $M-\phi$ rilevate sperimentalmente.

Per quanto invece concerne l'andamento delle curve, esse presentano tutte un breve tratto iniziale con pendenza costante (comportamento elastico-lineare) pressoché identica sia per le colonne confezionate con calcestruzzo ordinario sia per quelle confezionate con calcestruzzo fibroso; segue un tratto non lineare dovuto alla fessurazione del calcestruzzo. La Figura 9 mostra chiaramente che sulla faccia tesa della colonna in prova, il passo delle prime fessure è in pratica coincidente con quello delle staffe.

Il quadro fessurativo progredisce con incrementi di ampiezza e comparsa di nuove fessure fino al carico di picco, il cui valore non risulta significativamente influenzato dalla presenza



delle fibre, come del resto rilevabile dall'analisi dei risultati di numerose altre indagini sperimentali.

Le fibre invece, come prevedibile, esercitano un ruolo decisivo nella fase post-picco della risposta (ramo softening), sia per l'effetto di cucitura delle fessure, con contenimento della loro ampiezza, sia perché il copriferro fibroso, mantenendosi efficace per valori di deformazione specifica più elevata, esercita un effetto stabilizzante nei confronti dell'armatura longitudinale compressa, ritardandone lo svergolamento.

Con riguardo a questo secondo effetto, è da considerare che la perdita di stabilità delle barre di armatura, oltre a determinare una riduzione della capacità portante della sezione, legata a un andamento $\sigma-\varepsilon$ decrescente nelle barre stesse, produce una significativa riduzione della pressione di confinamento sul nucleo di calcestruzzo alla quale, soprattutto, è imputabile la marcata pendenza negativa del primo tratto post-picco delle curve in tratteggio di Figura 8 per $V_f = 0$.



Figura 9: Fessurazione della regione tesa della colonna.

L'effetto sopra descritto è comunque strettamente correlato alla specifica armatura longitudinale e trasversale adottata per i campioni, che, come sarà mostrato più avanti, implica per le barre longitudinali un valore di carico critico inferiore alla loro capacità portante nominale, una volta che il copriferro viene espulso.

Il tratto meno ripido del ramo softening evidenzia la maggiore duttilità in curvatura conseguibile utilizzando calcestruzzo fibroso. Si tratta di una conferma delle conclusioni cui si perviene in numerosi lavori disponibili in letteratura, basate su esperienze analoghe o anche prevedibili sulla base di risultati dedotti da semplici prove di compressione centrata. In ogni caso, pur con valori di curvatura massima diversi in relazione a quanto sopra osservato, tutte le curve di Figura 4 procedono con modesta pendenza negativa fino alla rottura dei campioni, che sopraggiunge bruscamente per rottura delle staffe e pressoché simultaneo collasso dell'armatura tesa (per preservare la strumentazione, nella maggior parte dei casi le misurazioni sono state interrotte prima che il fenomeno si verificasse). In Figura 10 è evidente la rottura di una staffa a fine prova e la forma deformata di una delle due barre d'armatura compressa che svergola per instabilità. Dalla figura è altresì rilevabile l'azione di cucitura delle fessure esercitata dalle fibre fino allo stato ultimo.



Figura 10: Stato di un campione a fine prova ($\delta = 10$ mm e $V_f = 1\%$).

Le prime lesioni orizzontali nella zona tesa si formano in corrispondenza delle staffe. Le prime lesioni verticali nella zona compressa si manifestano per valori di carico più elevati, localizzandosi nel tratto di colonna corrispondente alla base di lettura (zona centrale), in prossimità degli spigoli. In Tabella 5 si riportano i valori di carico relativi agli stati di formazione delle fessure e di collasso registrati nelle prove per le diverse serie investigate.

Fenomeni rilevati	Carico (kN)			
	$V_f = 0$		$V_f = 1\%$	
	$\delta = 10$ mm	$\delta = 25$ mm	$\delta = 10$ mm	$\delta = 25$ mm
	CC-1,CC-2	CC-3,CC-4	CC-5,CC-6	CC-7,CC-8
prime lesioni zona tesa	76-105	164-212	88-108	171-224
prime lesioni zona compr.	125-282	440-450	333-345	417-430
lesioni aggiuntive	185-223	310-420	350-361	380-392
massima ampiezza di lesione misurata	373	450	390	430
espulsione copriferro	373	450	346*	325*
attivazione meccanismo di collasso	205*	216*	270*	248*

* valori di carico sul ramo di softening

Tabella 5: Principali dissesti e corrispondenti valori di carico (compressione eccentrica).

5. MODELLO DI CALCOLO

5.1 Ipotesi di base e procedura di calcolo

Il modello di calcolo è basato su una discretizzazione a strisce della generica sezione di colonna che, in ragione dell'ubicazione dei comparatori, può assumersi quale sezione di metà



altezza, ma che in realtà potrebbe essere una qualsiasi, considerato che il peso proprio e gli effetti del secondo ordine vengono trascurati.

L' i -esima striscia, parallela all'asse neutro, è caratterizzata dallo spessore h_{si} , dalla larghezza b pari a quella della sezione e dalla distanza d_i dal baricentro G della sezione. Le strisce che ricadono per intero nella porzione non confinata, per le quali risulta $|d_i| - h_{si}/2 \geq b_c/2$, con b_c = dimensione del nucleo confinato misurata lungo l'asse della staffa, sono costituite da un solo materiale: la tensione calcolata per il calcestruzzo non confinato in corrispondenza del baricentro, assunta costante per l'intera striscia, insiste su un'area pari a $b \times h_{si}$. Le strisce per le quali d_i non rispetta la precedente limitazione sono invece costituite da calcestruzzo non confinato per un'area pari a $(b - b_c) \times h_{si}$ e da calcestruzzo confinato per la restante porzione, di area pari a $b_c \times h_{si}$. Anche per queste strisce il contributo all'equilibrio dell'intera sezione è calcolato assumendo tensione costante per i due materiali nelle rispettive aree e pari a quelle calcolate nei baricentri delle aree stesse. Le armature longitudinali sono assunte concentrate nel baricentri delle rispettive sezioni, la cui distanza da G è pari a $|d_{fi}| = b_c - (d_{st} + d_{\ell})/2$.

La procedura di calcolo, che consente di tracciare per punti la curva $M-\phi$, si basa sull'ipotesi di sezione che si mantiene piana fino allo stato ultimo. Per ogni valore assegnato a ϕ la sezione risulta interamente compressa se al lembo maggiormente sollecitato la deformazione specifica ϵ_c vale $\epsilon_{c,max} = \phi \times b$. Assumendo per ϵ_c questo valore, si calcolano le deformazioni caratteristiche di ciascuna striscia, $\epsilon_i = \epsilon_c - \phi \times (b/2 - d_i)$, e dell'armatura $\epsilon_{fi} = \epsilon_c - \phi \times (b/2 - d_{fi})$; noto il legame costitutivo dei materiali, si determinano quindi le tensioni corrispondenti alle deformazioni calcolate e il contributo di ciascuna delle aree prima indicate, oltre che dell'armatura, all'equilibrio della sezione.

La somma di tali contributi fornisce una coppia di valori M, P il cui rapporto è certamente minore dell'eccentricità assegnata ($e = b/2$); mantenendo costante ϕ , si riduce allora ϵ_c di un $\Delta\epsilon_c$ sufficientemente piccolo e si ripetono le operazioni di calcolo prima descritte per ulteriori successive riduzioni di ϵ_c finché non risulti

$$\frac{M_{j-1}}{P_{j-1}} > e \quad \frac{M_j}{P_j} > e \quad (1)$$

essendo i pedici $j-1$ e j rispettivamente corrispondenti a sollecitazioni calcolate per $\epsilon_{c1} = \epsilon_{c,max} - (j-1) \Delta\epsilon_c$ e $\epsilon_{c2} = \epsilon_{c,max} - j \Delta\epsilon_c$. L'effettiva coppia di valori M, P che corrisponde al valore di ϕ assegnato e realizza l'eccentricità $e = b/2$ si ottiene interpolando linearmente tra i valori calcolati per ϵ_{c1} e ϵ_{c2} .

La coppia di valori M, ϕ individua un punto della curva cercata; l'intera curva momento-curvatura si traccia raccordando i punti ottenuti facendo crescere ϕ da zero a un valore massimo assegnato. Si osservi che, se nell'applicazione si impone un limite per $\epsilon_{c,max}$, può accadere che per valori elevati di ϕ , risultando $\epsilon_{c,max} < \phi \times b$, la sezione sia parzializzata e sia già $M/P > e$ per il primo valore assunto per ϵ_c . In questo caso la procedura si arresta e l'ultimo punto della curva $M-\phi$ corrisponde a quello dedotto nel passo precedente.

5.2 Legami costitutivi per il calcestruzzo non confinato

Il legame assunto per il calcestruzzo non confinato in compressione, sia in assenza che in



presenza di fibre di rinforzo, è quello proposto originariamente da Hognestad¹⁶. La scelta è motivata sia dal fatto che i parametri che lo definiscono sono quelli direttamente rilevati dalla sperimentazione effettuata, sia dal fatto che esso è stato utilizzato da numerosi altri autori e si presta a riprodurre, con opportune modifiche, anche il legame tensione deformazione in presenza di confinamento. La forma analitica del legame è espressa dalle relazioni:

$$f_c = f_c' \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co} \quad (2)$$

$$f_c = f_c' \left(1 - 0.15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{co}}{\varepsilon_{085} - \varepsilon_{co}} \right) \quad \varepsilon_{co} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (3)$$

dove i valori di f_c' , ε_{co} e ε_{085} sono quelli definiti al paragrafo 2, con riferimento al calcestruzzo ordinario e a quello fibroso. In base a questi valori, la retta che definisce il ramo post-picco, a pendenza negativa, si interrompe ($f_c = 0$) per $\varepsilon_u = 0.0059$ e $\varepsilon_u = 0.0158$ rispettivamente nei due casi; questi valori sono molto prossimi a quelli per i quali le prove sperimentali rivelano la completa espulsione del copriferro.

Relativamente al comportamento in trazione, il modello analitico è basato su espressioni proposte in letteratura¹⁷ sulla base di verifiche sperimentali. Per il calcestruzzo ordinario la risposta in trazione è espressa da un ramo lineare crescente (in valore assoluto) fino al valore di resistenza massima; segue un ramo lineare decrescente fino a che la tensione non assume valore nullo, quando la deformazione specifica, in valore assoluto, diventa pari a 2 volte la deformazione specifica di snervamento dell'armatura longitudinale (indicata con ε_{s1} al paragrafo 2). Assumendo il modulo di resistenza a trazione pari alla metà di quello in compressione¹⁸, si ha:

$$E_{ct} = \frac{5000}{2} \sqrt{f_c'} \quad f_{ct} = 0.7 \sqrt{f_c'} \quad \varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_{ct}} \quad (4)$$

e pertanto il legame tensione-deformazione del calcestruzzo ordinario in trazione si esprime come segue:

$$f_c = E_{ct} \varepsilon \quad -\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon \leq 0 \quad (5)$$

$$f_c = f_{ct} \frac{\varepsilon + \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{s1}} \quad -\varepsilon_{s1} \leq \varepsilon \leq -\varepsilon_{ct} \quad (6)$$

Nel caso di calcestruzzo fibroso la prima delle (5) si mantiene valida mentre la seconda assume una pendenza ridotta, dovendosi considerare una resistenza residua $f_{t,res}$ che si attinge per $\varepsilon = -\varepsilon_{s1}$ e che è dovuta alla presenza delle fibre. Le grandezze da cui dipende tale resistenza sono: il rapporto in volume V_f , un fattore di orientamento delle fibre, il rapporto lunghezza/diametro della fibra, la tensione di aderenza fibra-calcestruzzo.

Un'espressione semplificata che include i suddetti parametri è la seguente¹:



$$f_{t,res} = 0.2 \times 0.6 \sqrt{f_c'} \quad (7)$$

Pertanto, per il calcestruzzo fibroso in trazione valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} f_c &= E_{ct} \varepsilon & -\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon \leq 0 \\ f_c &= -f_{t,res} + (f_{ct} - f_{t,res}) \frac{\varepsilon + \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{s1}} & -\varepsilon_{s1} \leq \varepsilon \leq -\varepsilon_{ct} \\ f_c &= -f_{t,res} & \varepsilon \leq -\varepsilon_{s1} \end{aligned} \quad (8)$$

Nel modello di calcolo utilizzato il tratto orizzontale corrispondente alla resistenza residua è stato interrotto quando ε attinge un valore pari a $-2 \varepsilon_{s1}$, tenuto conto che per questo valore di deformazione, essendo il calcestruzzo ampiamente fessurato, non appare realistico includere alcun ulteriore contributo di resistenza a trazione.

I legami tensione-deformazione espressi analiticamente dalle precedenti relazioni, specializzati per il calcestruzzo ordinario e per quello fibroso, sono rappresentati in Figura 11.

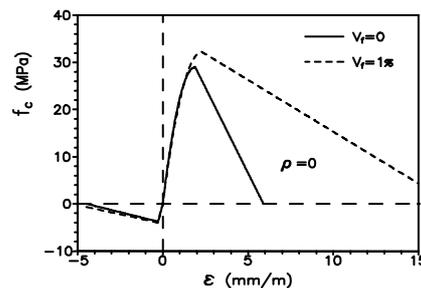


Figura 11: Modellazione del calcestruzzo non confinato.

6.3 Legami costitutivi del calcestruzzo confinato

La scelta del legame costitutivo da adottare per il calcestruzzo confinato è assai meno semplice di quella che riguarda il calcestruzzo non confinato, essenzialmente per i seguenti motivi: i) i legami costitutivi proposti in letteratura sono numerosi ma, essendo fortemente influenzati dalle ipotesi sulla distribuzione della pressione di confinamento nel piano delle staffe e longitudinalmente tra due staffe consecutive, si traducono in espressioni analitiche spesso molto differenti non solo nella forma ma anche nei valori forniti; ii) i legami proposti sono dedotti da prove di compressione centrata, nelle quali il confinamento risulta uniforme e si esplica in maniera ottimale.

Con riguardo alla prima considerazione, evitando di entrare nel dettaglio dei parametri che conducono alle diverse formulazioni, in Figura 12 sono graficamente confrontati i legami dedotti utilizzando due differenti modelli¹⁸⁻²⁰, riferiti al calcestruzzo ordinario utilizzato nella sperimentazione a base di questo lavoro.

Per il tracciamento delle curve sono stati considerati due diversi valori del rapporto di confinamento $\rho = 4 \times \omega_{st} / (65 \times 2 \times 15.9)$, con ω_{st} area della sezione del tondino (mm^2) che realizza le staffe: il valore $\rho = 0.547 \%$ corrisponde a quello che si realizza nei campioni



sperimentati; il valore $\rho = 1.094 \%$, doppio del precedente e ottenuto ipotizzando di dimezzare il passo della staffatura, è stato considerato per verificare la discordanza delle curve al crescere di questo parametro. In effetti al crescere di ρ i rami post-picco delle due diverse curve sono pressoché paralleli; tuttavia essi rimangono distanti per la diversa stima del valore di f'_{cc} nei due casi.

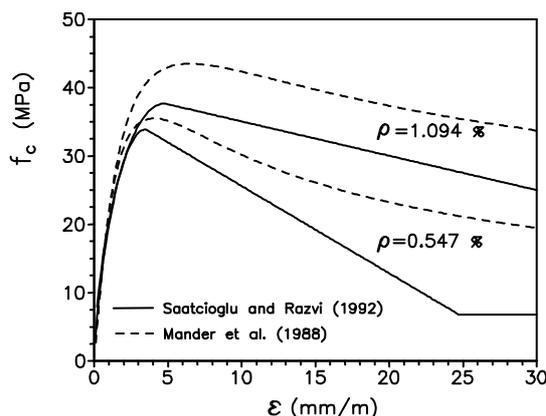


Figura 12: Legami costitutivi per calcestruzzo confinato.

Relativamente alla seconda considerazione, è indubbio che quando la sezione compressa si parzializza, mentre la zona maggiormente distante dall'asse neutro mantiene un adeguato livello di confinamento, quella più prossima ad esso, contigua alla porzione fessurata, andrebbe penalizzata nel suo legame tensione-deformazione, dato che per essa risulta fortemente ridotta la pressione di confinamento.

Considerazioni più dettagliate su quanto osservato possono reperirsi in letteratura^{19,20}, dove comunque si dimostra sperimentalmente che la penalizzazione da attribuire alle “strisce” di sezione più prossime all'asse neutro può essere trascurata, per il modesto valore di deformazione (e quindi di tensione) che ad esse compete, rispetto alla regioni più esterne.

Il modello qui adottato (Figura 13) utilizza quindi per la compressione il legame già rappresentato con tratto continuo in Figura 12, specializzandolo anche per il calcestruzzo fibroso, mentre per la trazione valgono le relazioni riportate nel precedente paragrafo.

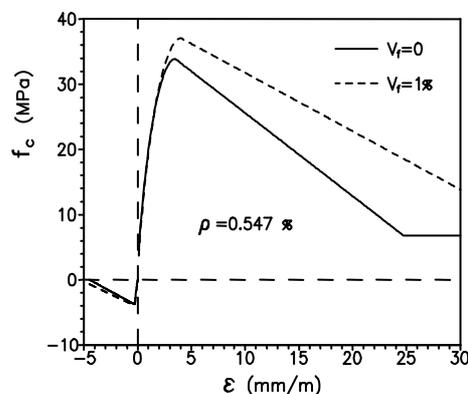


Figura 13: Modellazione del calcestruzzo confinato.



Nel campo delle deformazioni positive (compressione) la curva fino al valore massimo f'_{cc} è espressa dalla:

$$f_c = f'_{cc} \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cco}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cco}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{1+2k}} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cco} \quad (9)$$

mentre il tratto lineare a pendenza negativa fino a $\varepsilon_{c,02}$, oltre il quale la tensione si mantiene costante e pari a $f_c = 0.2 f'_{cc}$, ha equazione identica alla (3) con f'_{cc} al posto di f'_c e $\varepsilon_{c,085}$ al posto di ε_{o85} .

I valori delle deformazioni caratteristiche e delle corrispondenti tensioni, dipendono dal rapporto di confinamento ρ e dalla effettiva pressione di confinamento f_{le} secondo le relazioni:

$$\begin{aligned} f'_{cc} &= f'_c + 6.7 f_{le}^{0.83} & k &= 6.7 f_{le}^{0.83} / f'_c \\ \varepsilon_{cco} &= \varepsilon_{co} (1 + 5k) & \varepsilon_{c,085} &= \varepsilon_{o85} + 260 \rho \varepsilon_{cco} \end{aligned} \quad (10)$$

La pressione f_{le} dipende a sua volta da ρ , dalla tensione di snervamento dell'armatura trasversale, dal passo delle staffe, dalla distanza tra le barre longitudinali nel piano della sezione e dalla dimensione del nucleo confinato¹⁹.

Ponendo $f_{le} = 0$ e $\rho = 0$, il legame assume la forma espressa da (2) e (3) per il calcestruzzo non confinato. Il presupposto perché il legame descritto si mantenga valido fino allo stato ultimo è che le barre longitudinali di armatura compressa si mantengano stabili dopo lo snervamento²⁰; pertanto, il modello di calcolo utilizzato nel presente lavoro prevede che, non appena questa condizione non è più verificata, il legame si modifichi assumendo $f_{le} = 0$.

6.4 Legame costitutivo per l'armatura longitudinale

Il legame σ - ε per l'armatura longitudinale in trazione, in base ai dati rilevati sperimentalmente, può essere modellato considerando un primo tratto lineare, di pendenza pari al modulo $E_f = 206$ GPa, fino allo snervamento, seguito da un tratto orizzontale a tensione $\sigma_f = f_y$, di ampiezza ε_s , e da un ulteriore tratto lineare a modesta pendenza positiva (incrudimento) con modulo di incrudimento $E_h = 0.0033 E_f$. La possibilità di utilizzare il suddetto legame anche in compressione è invece subordinata alla verifica che, quando il copriferro diventa inefficace, la barra di armatura snervata si mantenga stabile.

Questa verifica si effettua considerando che il carico critico della barra compressa e la lunghezza del tratto di barra eventualmente coinvolto nello svergolamento dipendono dal rapporto di rigidezza $\gamma = \alpha s^3 / (E_r I_f)$ con I_f momento di inerzia della sezione della barra, E_r modulo di elasticità ridotto (barra snervata) e α rigidezza assiale offerta dalla staffa allo svergolamento²¹.

Potendosi assumere fissa l'armatura longitudinale tesa, indicando con b_c la lunghezza di un braccio di staffa, si ha $\alpha = E_f \omega_{st} / b_c$. Calcolando E_r come in Papia et al.²¹ (risulta $E_r = 2778$ MPa) e introducendo nelle precedenti espressioni i valori delle grandezze coinvolte, si ottiene $\gamma = 3557.8$, valore per il quale si ricava $\sigma_{cr} = 188$ MPa e una lunghezza di barra coinvolta nello svergolamento pari a $L = 1.2 \times s = 78$ mm. Può quindi affermarsi che, non appena



l'armatura in compressione supera il limite di snervamento, la brusca riduzione del modulo elastico da E_f a E_r la predispone allo svergolamento per un tratto di poco superiore a s , che coinvolge quindi 2 staffe consecutive.

In queste condizioni il legame σ - ε segue una legge diversa da quella nominale, che può essere dedotta utilizzando il modello proposto da Dhakal and Maekawa²². Secondo questo modello, a partire dalla tensione di snervamento, al crescere di ε la tensione subisce una riduzione lineare rispetto al valore nominale fino al punto di coordinate ε^* , σ^* ; segue un tratto a pendenza negativa costante e pari a $-0.02 E_f$ fino a che non si ha $\sigma_f = 0.2 f_y$. Il punto di coordinate ε^* , σ^* dipende unicamente dal parametro $\lambda_b = 0.1 L f_y^{0.5} / d_t$, che, per le applicazioni qui condotte, vale $\lambda_b = 13.956$.

Tralasciando di riportare le espressioni analitiche che definiscono l'effettiva legge σ - ε della barra instabilizzata, per le quali si rimanda al lavoro sopra citato, se ne mostra la rappresentazione grafica in Figura 14. Si fa osservare, infine, che, per i casi in studio, risultando $\sigma^* = 324$ MPa per $\varepsilon^* = 0.0512$, il secondo tratto della curva σ - ε effettiva della barra instabilizzata non è stato considerato.

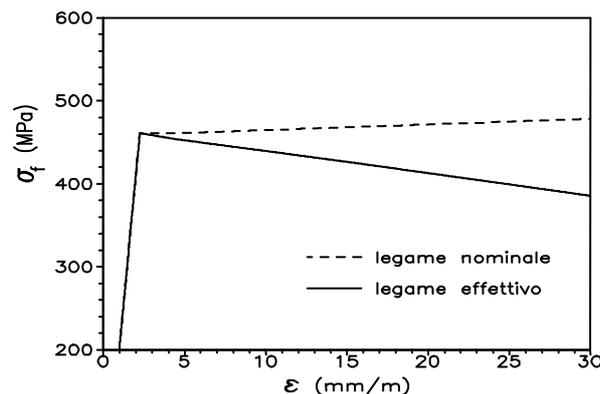


Figura 14: Modellazione del legame σ - ε per l'armatura compressa.

Definita la legge σ - ε della barra in compressione, occorre ora stabilire per quali valori della deformazione essa si instabilizza, ovvero per quali condizioni il copriferro diventa inefficace ai fini della stabilità dell'armatura.

Nel caso di calcestruzzo ordinario, come confermato sperimentalmente, il contributo di rigidità laterale offerto dalla porzione non confinata della sezione può ritenersi inefficace quando la deformazione raggiunge il valore $\varepsilon_{0.85}$; al riguardo occorre sottolineare che nella originaria formulazione¹⁶ la retta espressa dalla (3) si interrompe per questo valore di deformazione, considerato il forte degrado cui è soggetta la matrice cementizia per valori più elevati di ε . Tenuto conto che per i casi in studio si ha $\varepsilon_{0.85} = 0.0025$, mentre la deformazione di snervamento dell'acciaio vale 0.0022, la precedente assunzione implica che la curva a tratto intero di Figura 14 viene percorsa dall'armatura compressa dopo un breve tratto orizzontale in cui vale la curva nominale in tratteggio.

Relativamente al caso di calcestruzzo fibroso, considerato che il contributo delle fibre si mantiene efficace fino alla completa espulsione del copriferro, dovrà preventivamente verificarsi se prima che intervenga questa circostanza la barra compressa si mantiene stabile,



percorrendo quindi la curva nominale fino a $\varepsilon = \varepsilon_u = 0.0158$.

Allo scopo si modella la barra come una trave continua su letto di molle uniformemente diffuse longitudinalmente, la cui rigidità può essere calcolata²³ distribuendo quella già valutata per la singola staffa sul passo s ($\beta_{st} = \alpha/s$) e sommando ad essa quella offerta dalle fibre. Questa seconda aliquota può essere valutata seguendo la procedura proposta in Dhakal²⁴, per la quale si ha:

$$\beta_{fb} = \frac{E_{fb}}{\ell_{fb}} \frac{b}{n_b} \left(\frac{V_f}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

dove $E_{fb} = E_f$ è il modulo elastico delle fibre, $\ell_{fb} = 30$ mm è la lunghezza delle fibre, b la misura del lato della sezione (quadrata) e n_b il numero di barre longitudinali potenzialmente soggette ad instabilizzarsi simultaneamente.

Effettuando i calcoli per il più piccolo dei due valori di b (185 mm), si ottiene $\beta_{fb} = 14173$ N/mm², mentre per la rigidità distribuita offerta dalle staffe si ricava $\beta_{st} = 536$ N/mm². Trascurando β_{st} rispetto a β_{fb} , si ottiene $P_{cr} = (12 E_r I_f \beta_{fb})^{0.5} = 707.12$ KN, da cui $\sigma_{cr} = 6252$ MPa. Il risultato conferma che, fino a che il copriferro è presente, la curva σ - ε dell'acciaio in compressione è quella nominale.

6. CONFRONTO TEORICO-SPERIMENTALE

La Figura 15 mostra il confronto tra i risultati ottenuti utilizzando il modello proposto e quelli rilevati sperimentalmente, già riportati in Figura 8. Le curve M - ϕ dedotte per via numerica mostrano un buon livello di approssimazione dei dati sperimentali, confermando una adeguata interpretazione dei fenomeni coinvolti nella risposta strutturale.

Con riguardo ai risultati relativi a $V_f = 1\%$, il modello approssima le curve sperimentali relative ai campioni di calcestruzzo fibroso che hanno mostrato le migliori prestazioni, potendosi pertanto ritenere che questi campioni, per il livello di compattazione raggiunto nella matrice cementizia, esibiscono le proprietà meccaniche nominali.

Relativamente ai campioni realizzati con calcestruzzo fibroso e con $\delta = 25$ mm, il modello sovrastima la risposta effettiva; considerato che l'eccesso riguarda anche il valore di picco, lo scarto può attribuirsi ad una sovrastima delle proprietà meccaniche del calcestruzzo fibroso non confinato, ovvero a un più brusco degrado degli strati più esterni del copriferro nei provini. Entrambi i fenomeni infatti sono meno rilevanti quando lo spessore del copriferro è più piccolo ($\delta = 10$ mm) e in questo caso il modello fornisce risultati decisamente migliori.

Relativamente ai livelli di approssimazione conseguibili per via numerica è comunque da osservare che l'interazione tra nucleo di calcestruzzo confinato e non confinato e gli effetti del secondo ordine prodotti dall'eccentricità del carico sono fenomeni che andrebbero inclusi nel modello stesso per migliorarne la precisione.

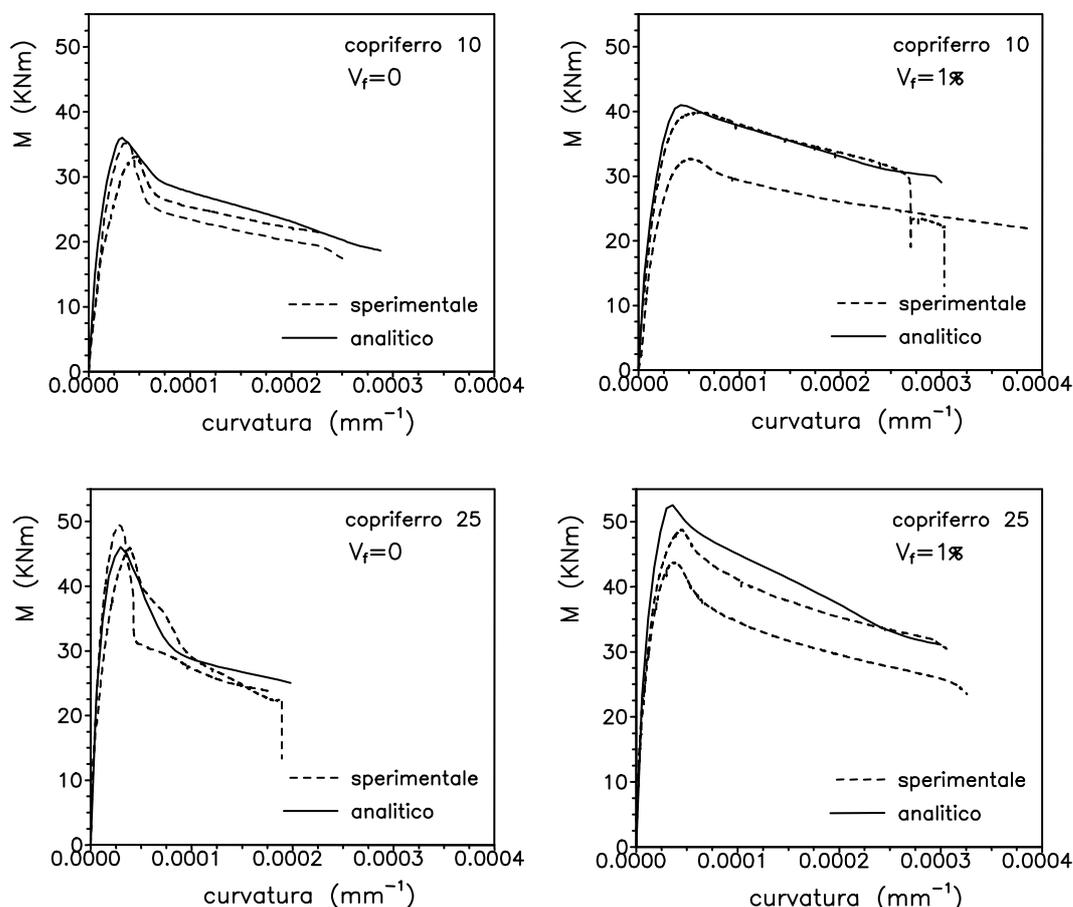


Figura 15: Confronto tra risultati analitici e sperimentali.

7. CONCLUSIONI

I risultati delle prove di compressione centrata hanno confermato che la presenza delle fibre non comporta significative variazioni della capacità resistente degli elementi strutturali.

Nelle prove di compressione centrata e nelle prove di compressione eccentrica, indipendentemente dello spessore del coprifero, la presenza delle fibre in acciaio nella matrice cementizia influenza decisamente e sempre allo stesso modo il fenomeno dell'espulsione del coprifero. Infatti, nelle colonne senza fibre la deformazione che determina l'espulsione del coprifero coincide all'incirca con quella che corrisponde al carico di picco, mentre nelle colonne con fibre essa si raggiunge sul ramo di softening della risposta, per un carico pari a circa l'85% del carico massimo applicato. Si sottolinea inoltre che, per le tipologie di campioni provate, l'espulsione del coprifero si verifica sempre in corrispondenza degli spigoli, dove sono posizionate le barre di armatura longitudinale.

Dall'analisi dei risultati sperimentali risulta inoltre che la presenza delle fibre influenza notevolmente il comportamento post-picco degli elementi strutturali analizzati. L'effetto più evidente è costituito da un significativo incremento della duttilità di tutte le colonne testate.



A parità di percentuale di fibre e di modalità di applicazione del carico si può affermare che l'effetto principale che deriva dall'utilizzo di un diverso spessore del copriferro è quello per cui, ad avvenuta espulsione, si assiste ad una caduta di resistenza (l'intera capacità portante è affidata solo al nucleo) che risulta, come prevedibile, tanto più repentina quanto maggiore è lo spessore del copriferro stesso.

Dal punto di vista teorico, una opportuna scelta di legami costitutivi disponibili per i materiali e l'adeguata calibrazione del modello di calcolo hanno consentito di cogliere con sufficiente precisione i fenomeni rilevati sperimentalmente.

E' opportuno infine osservare che l'avere testato il modello su campioni che esibiscono comportamenti fortemente influenzati dagli spessori del copriferro e dalla predisposizione dell'armatura longitudinale allo svergolamento, costituisce in sé una buona prova di affidabilità del modello stesso.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Campione, L. La Mendola and M. Papia, "Ultimate shear strength of fibrous reinforced concrete beams with stirrups", *Structural Engineering and Mechanics*, **24**(1), 107-136 (2006).
- [2] S.J. Foster R, "On behavior of high-strength concrete columns: cover spalling, steel fibers, and ductility", *ACI Structural Journal*, **98**(4), 583-589 (2001).
- [3] A. Filiatrault, K. Ladicani and B. Massi-Cotte, "Seismic Performance of Code-Designed Fiber Reinforced Concrete Joints", *ACI Structural Journal*, **91**(5), 564-572 (1994).
- [4] G. Campione, L. La Mendola and M. Papia, "Flexural behaviour of concrete corbels containing steel fibers or wrapped with FRP sheets", *Materials and Structures*, **38**(6), 617-625 (2005).
- [5] K. Noghabai, "Behaviour of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross section", *ACI Structural Journal*, **97**(2), 277-284 (2000).
- [6] G.L. Sorelli, A. Meda and G.A. Plizzari, "Steel fiber concrete slabs on round: a structural matter", *ACI Structural Journal*, **103**(4), 551-558 (2006).
- [7] RILEM TC 162-TDF. Design recommendations: Composites. RILEM Publications SARL: 531-541 (2003).
- [8] CNR-DT 204 (2006) - Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di strutture di calcestruzzo fibrorinforzato. Consiglio Nazionale Ricerche, ROMA.
- [9] G. Campione, M. Fossetti, M. Papia e S. Priolo, "Analisi sperimentale del comportamento flessionale di colonne in calcestruzzo fibrorinforzato", Atti del 16° Congresso CTE 2006, Parma, **1**: 529-538 (2006).
- [10] G. Campione, M. Fossetti e M. Papia, "Comportamento flessionale di colonne in calcestruzzo fibrorinforzato", Atti delle Giornate A.I.C.A.P.'07, 4-6 ottobre, Salerno, 67-74 (2007).
- [11] S.J. Foster, M.M. Attard, "Strength and ductility of fiber-reinforced high-strength concrete columns", *J. of Struct. Engng., ASCE*, **127**, 28-34 (2001).
- [12] T. Teng-Hooi, N. Ngoc-Ba, "Flexural behavior of confined high-strength concrete columns", *J. American Concrete Institute, ACI*, **102**, 198-205 (2005).
- [13] A. Ganesan, J.V. Ramana Murty, "Strength and behaviour of confined steel fiber



- reinforced concrete columns”, *ACI Materials Journal*, **87**(3), 221-227 (1990).
- [14] J.B. Mander, M.J.N. Priestley and, R. Park, “Observed stress-strain behavior of confined concrete”, *J. of Struct. Engng., ASCE*, **114**(8), 1827-1849 (1988).
- [15] B.D. Scott, R. Park and M.J.N. Priestley, “Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates,” *J. American Concr. Institute, ACI*, **79**, 13-27 (1982).
- [16] E. Hognestad, “A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members”, *Bulletin Series No. 399, University of Illinois Engineering Experiment Station*: 46 p (1951).
- [17] M.A. Mansur and K.C.G. Ong, “Behavior of fiber reinforced concrete deep beams in shear”, *ACI Structural Journal*, **88**(1), 98-105 (1991).
- [18] J.B. Mander, M.J. Priestley and N.R. Park, “ Theoretical stress-strain model for confined concrete”, *J. of Structural Engineering, ASCE*, **114**, 8, 1804-1826 (1988).
- [19] M. Saatcioglu and. S.R. Razvi, “Strength and ductility of confined concrete”, *J. of Struct. Engng., ASCE*, **118**(6), 1590-1607 (1992).
- [20] M. Saatcioglu, A.H. Salamat and S.R. Razvi, S. R. , “Confined columns under eccentric loading”, *J. Struct. Engng., ASCE*, **121**(11), 1547-1555 (1995).
- [21] M. Papia, G. Russo and G. Zingone, “Instability of longitudinal bars in RC columns”, *J. of Struct. Engng., ASCE*, **114**, 2, 393-409 (1988).
- [22] R.P. Dhakal and K. Maekawa, “Modeling of postyield buckling of reinforcement”, *J. of Struct. Engng., ASCE*, **128**(9), 1139-1147 (2002).
- [23] G. Russo and L. Terenzani, “Non-linear buckling model of the longitudinal reinforcement in RC columns”, *Studies and Researches, Italcementi s.p.a. Editore*, **22**, 203-228 (2001).
- [24] R.P. Dhakal, “Post-peak response analysis of SFRC columns including spalling and buckling”, *Structural Engineering and Mechanics*, **22**(3), 311-330 (2006).